Unsere Hausuhr.

Von Richard Lange in Glashütte.

Bei dem Neubau unseres Geschäftshauses hat mein verstorbener Vater auch eine seiner Lieblingsideen verwirklicht und zur Ausführung gebracht, indem er eine von Herrn Grossuhrmacher Roessner in Berlin sehr schön ausgeführte Hausuhr mit einem von ihm konstruirten konstanten Gang (den er zuerst mehrfach auch bei Taschenuhren in Anwendung brachte) sowie einem langen und schweren 3-Sekundenpendel — wohl das längste und schwerste das in der Welt existirt — in dem Wohn- und Geschäftsgebäude angebracht hat.

Mein Vater hatte bereits früher — praktisch unterstützt durch Herrn Uhrmacher Müller — die hiesige Kirchenthurmuhr, (welche sich durch schlechten Gang und öfteres Stehenbleiben besonders auszeichnete) einer Veränderung unterzogen, indem er einen neuen Gang und — statt des kurzen und leichten Pendels — ein schweres und längeres $2^1/_2$-Sekundenpendel anbrachte. Seit diesen vorgenommenen Veränderungen hat die Uhr einen vorzüglichen Gang gezeigt, so dass mein Vater zu der Ueberzeugung kam, dass vorzugsweise für Thurmuhren zur Erlangung eines stetigen Ganges ein möglichst langes und schweres Pendel anzuwenden sei. Diese günstigen Ergebnisse stützen sich auf folgende, wissenschaftlich begründete Thatsachen:

1. Bei kurzen und leichten Pendeln werden sich etwaige Fehler im Werke natürlich auf das Pendel übertragen, und sich bei jeder Schwingung wiederholen; also um so öfter, je mehr das Pendel Schwingungen macht, und um so merklicher, je leichter das Pendel ist, weil es dann die Fehler im Werk nicht überwinden kann, sondern umgekehrt die Pendelschwingungen durch die Fehler des Werkes beeinträchtigt werden. Ist dagegen das Pendel lang, und macht wenig Schwingungen, so werden sich die Fehler des Werkes um so seltener auf das Pendel übertragen; und ist es dabei schwer, so wird auch — wenn Fehler im Werk — das Werk nicht im Stande sein, einen merklichen Einfluss auf das Pendel auszuüben. Also je länger und schwerer das Pendel, beziehentlich je grösser das Trägheitsmoment, umso stetiger der Gang.

2. Es ist ein viel verbreiteter Irrthum, dass schwere Pendel auch grösseren Impuls brauchten; es ist im Gegentheil nachgewiesen, dass der Impuls für ein schweres Pendel sogar geringer (verhältnissmässig) zu sein braucht, als für ein leichtes.

3. der Luftwiderstand nimmt zu mit den Quadraten der Geschwindigkeit: ebenso ist es einleuchtend, dass ein kurzes schnellschwingendes Sekundenpendel die Luftsäule drei Mal so oft zu verdrängen hat, als ein 3-Sekundenpendel.

4. Auch bezüglich der Kompensation ist das lange Pendel entschieden im Vortheil. Wenn z. B. bei einem kurzen Pendel ebenso wie bei einem langen, die Kompensation zu stark ist, wenn der Schwerpunkt statt bei allen Temperaturen in gleicher Entfernung vom Aufhängungspunkte zu bleiben, bei beiden Pendeln um das gleiche Stück a höher in die Höhe rückt, so wird das bei dem kurzen Pendel eine 9 Mal grössere Gang-Differenz hervorbringen, als bei dem langen; oder wenn dadurch das kürzere Pendel 9 Sekunden früher geht, wird das längere nur um eine Sekunde früher gehen.

5. Das lange 3-Sekundenpendel hemmt das Werk in jeder Minute 20 Mal, dagegen das kurze 1-Sekundenpendel 3 Mal soviel, sonach 60 Mal, also kommen die Reibungen auf der Ankerpalette bei dem kurzen Pendel 3 Mal so oft vor.

Wenn man ferner annimmt, dass durch schlechte Eingriffe verminderte Kraft wirkt, so wird das lange Pendel dadurch nur 20 Mal grössere oder kleinere Bögen schwingen, während das kurze Pendel 3 Mal so oft seine Schwingungsbögen ändern kann; hieraus geht hervor, dass die Einwirkungen bei dem langen Pendel bedeutend geringer sind, als bei dem kurzen.

Aus allen diesen Betrachtungen sieht man, dass das lange und schwere Pendel bei Grossuhren, besonders für öffentliche Gebäude, dem kurzen und leichteren gegenüber wesentliche Vortheile aufzuweisen hat, wie sich dies ganz augenscheinlich auch bei unserer Hausuhr herausgestellt hat. Dieselbe ist jahrelang mit solcher Genauigkeit und Stetigkeit gegangen, dass keinerlei Korrektur am Gange vorzunehmen war. Ermuthigt durch diese ausgezeichneten Ergebnisse, beabsichtigte mein Vater eine ähnliche Uhr, aber mit einem 5-Sekundenpendel bei dem damals neu erbauten Kgl. Polytechnikum in Dresden anzubringen, und schlug vor, dass bei Anlage der Gebäude der erforderliche Hohlraum für Pendel und Uhrkammer gleich vorgesehen werden möge; doch verhielt sich der damalige Direktor des Polytechnikums, Herr Geheimrath Hülse, diesen Vorschlägen gegenüber ablehnend, so dass die Anbringung der Uhr leider unterblieb, und das Kgl. Polytechnikum weder mit dieser noch mit irgend einer anderen öffentlichen Uhr versehen worden ist.

Ich will nun zunächst zur Beschreibung des Pendels übergehen. Die Bauart unseres Hauses erforderte es, das vorher zusammengesetzte Pendel durch ein Dachfenster in den darunter befindlichen schornsteinartigen Hohlraum für das Pendel herabzulassen, und es kam daher darauf an, die Berechnung für Pendellänge und Kompensation, so genau auszuführen, dass keine, oder doch nur ganz unwesentliche Veränderungen an dem Pendel vorzunehmen waren. Das angefertigte Holz- Zink-Kompensationspendel stimmte mit der von mir nach den vorhandenen Gewichten und Maassen ausgeführten Berechnung bis auf ein weniges überein.

Das Pendel besteht aus einem rostartigen Pendelstabe (Holzrahmen) aus Cedernholz (Cedernholz ist deswegen angewendet, weil es dasjenige von allen Hölzern ist, dessen Ausdehnungscoefficient mit ziemlicher Bestimmtheit festgestellt werden kann), auf dessen unterem Ende eine Zinksäule ruht, welche die Ausdehnung des Holzes, der Aufhängungs- und sonstigen Metalltheile des Pendels ausgleicht. Das Pendelgewicht (die sogen. Linse) ist nicht linsenförmig, sondern besteht aus einem schweren Eisencylinder, durch dessen Mittelpunkt ein Eisenbolzen geht, welcher mittels einer Kappe auf der oberen Kante der Zinksäule ruht, so dass die Ausdehnung des Eisencylinders nicht, oder kaum in Frage kommt. Die cylindrische Form ist besonders bei langen Holzpendeln entschieden vorzuziehen, weil es an sich schwer hält, die Linse so zu befestigen und fest zu halten, dass ihre mittlere Fläche auch genau mit der (Fläche) Schwingungsebene übereinstimmt; bei einer noch so geringen Verdrehung der Holzstange wird auch die Ebene der Linse von der Schwingungsebene abweichen und erhebliche Gangfehler verursachen.

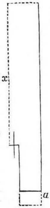
Der Gang der Rechnung ist nun folgender:

1. Man bestimmt für das betr. Pendel die Längenmasse der Aufhängungstheile (als: Feder, Messingstück, Haken) und nimmt für die Pendelstange eine Länge an, entweder ebensolang als die des mathematischen Pendels, oder gleich etwas länger.

2. Ist die Ausdehnung dieser durch die Wärme sich abwärts dehnenden Theile nach dem betr. Coefficienten für Längenausdehnung zu berechnen, und, um diese Ausdehnung auszugleichen, ist zu berechnen wieviel kompensirendes Metall nöthig ist, welches — weil am unteren Ende der Stange befestigt, sich ebensoviel nach aufwärts dehnt, als die Stange nach abwärts, damit der Schwingungspunkt des ganzen Pendels bei allen Temperaturen immer in derselben Entfernung vom Aufhängungspunkte bleibt.

Soll wie in dem ausgeführten, nachberechneten Pendel eine Eisenlinse in der Mitte ihrer Höhe auf dem oberen Ende der Zinksäule ruhen,

Fig. 1



so ist die berechnete Höhe für die Zinksäule nur einfach zu nehmen, weil dann der Schwerpunkt der Linse nicht mehr in der Mitte der Zinksäule, sondern im oberen Ende derselben ist. Der Eisencylinder müsste dann von solcher Form sein, dass der Schwerpunkt des ganzen Pendels sich am oberen Ende der Zinksäule befindet. Dehnt sich dann die Holzstange um das Stück a, Fig. 1, nach abwärts, so muss sich der Zinkcylinder um dasselbe Stück nach aufwärts dehnen, damit der Schwerpunkt x immer in derselben Entfernung vom Aufhängungspunkte bleibt. Die Länge des Eisencylinders muss möglichst gering sein, damit die Ausdehnung nicht sehr in Frage kommt.

3. Ist die Entfernung bis zum Schwingungsmittelpunkt beziehentl. auch bis zum Schwerpunkt zu berechnen und nachdem das Pendel praktisch ausgeführt, durch Auflegen des Pendels auf eine Schneide zu versuchen, ob dasselbe mit dem berechneten Pendel übereinstimmt.

4. Ist zu berechnen, ob der Schwingungsmittelpunkt bei einem solchen Pendel bei einer Temperaturveränderung (von beispielsweise 100°) auch in derselben Entfernung vom Aufhängungspunkte bleibt.

In jedem zusammengesetzten Pendel liegt der Schwerpunkt über dem Schwingungspunkt; beide rücken umso näher, je leichter die Pendelstange, je schwerer die Masse des schwingenden Körpers (Linse) und je mehr dieselbe auf einen Punkt

Die nachfolgende Tabelle giebt in der ersten Kolonne die spezifischen Gewichte und in der zweiten die Ausdehnungs-Coëffizienten nach Dezimalen an.

	Spezif.-Gew.	Ausdehn.-Coëff.
Stahl	= 7,8	0,001,079
Messing	= 8,55	0,001,868
Zink	= 7	0,002,942
Cedern-Holz	= 0,51	0,000,352

Das Pendel besteht:

	Eisen oder Stahl	Holz
1. Aus der Aufhängungsfeder vom Bewegungspunkte aus $^2/_3 12$ = ...	8 cm	
2. Stahlbacken, worin die Feder befestigt und Haken	20 cm	
2. Pendelstange von Cedernholz		x cm
4. Schraubenmutter, worauf die Zinksäule ruht	10 cm	
Summa	38 cm Stahl +	x cm Holz

Hieraus ergeben sich von 0° bis 100° folgende Längenausdehnungen:

$$\left.\begin{array}{l} \text{1. für Stahl} = 38\ 0{,}001{,}079 = 0{,}041 \\ \text{2. für Cedernholz} = x\ 0{,}000{,}352 = 0{,}000{,}352\,x \end{array}\right\}\text{Sma. } 0{,}041 + 0{,}000{,}352\,x$$

Um die Summe dieser Ausdehnung, die nach abwärts erfolgt, auszugleichen, braucht man eine Zinksäule von der Höhe c, die sich bei derselben Temperatur ebensoviel nach aufwärts ausdehnt. Demnach

$$c = \frac{0{,}041 + 0{,}000{,}352\,x}{0{,}002{,}942} = 13{,}93 + 0{,}1196\,x \text{ od. abgekürzt: } 14 + 0{,}12\,x$$

Die Höhe des Eisencylinders, der eigentlichen Pendellinse, kommt hierbei nicht in Frage, weil derselbe in der Mitte getragen wird, und die Ausdehnung nach oben und unten gleichmässig erfolgt.

Nach der nunmehr ausgeführten kubischen Gleichung würde der Holzstange eine Länge von 904,5 cm zu geben gewesen sein; bei dem in Wirklichkeit ausgeführten Pendel, wurde zunächst die Holzstange 925 cm lang genommen, wovon dann später 18 cm zu kürzen waren.

Die gewiss für Manchen interessante Berechnung stellt sich nach den der Wirklichkeit entnommenen Massen und Gewichten wie folgt:

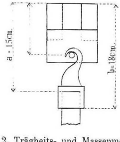
Der Abstand vom Aufhängungspunkte bis zum Schwingungsmittelpunkte

$$= \frac{\Sigma\, T}{\Sigma\, M} \text{ d. h. } \frac{\text{Summe der Trägheitsmomente}}{\text{Summe der Massenmomente}}$$

Dabei bedeutet l die Länge jedes Theiles, a Entfernung vom Schwerpunkt bis zum Aufhängungspunkt, b Breite des Theiles, und G das Gewicht.

Alle Masse sind nach Centimetern, alle Gewichte nach Kgr. angenommen.

Fig. 2.



Trägheitsmomente und Massenmomente der Einzeltheile bei einer Länge der Holzstange von 925 cm

1. Trägheits- u. Massenmomente von Haken, Feder und Kappe, Länge $l = 18$ cm. Entfernung bis zum gemeinsamen Schwerpunkt $a = 15$ cm, Gew. $G = 2$ Kilo.

Das Trägheitsmoment kann man ohne grossen Fehler $= \frac{1}{12}\, l^2$ setzen, wozu noch der quadratische Abstand bis zum gemeinsamen Schwerpunkt kommt:

$$\frac{T_1}{M_1} = \frac{(\frac{1}{12}\, l^2 + a^2)\, G}{a\ G} = \frac{(\frac{1}{12}\, 18^2 + 15^2)}{2{,}15}\, 2 = \frac{504}{30}$$

(Die weitere Division der Quotienten der Einzeltheile darf nicht jetzt geschehen, sondern erst in gemeinsamer Summe.)

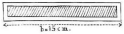
2. Trägheits- und Massenmoment der Holzstange $l_2 = 925$ cm, Breite $b_2 = 14$ cm, $G_2 = 12$ Kg.

Entfernung bis zum Schwerpunkt der Stange $a_2 = 18 + \frac{925}{2} = 480$ cm

Das Trägheitsmoment $= \frac{1}{12}\,(l^2 + b^2)$, wozu noch der quadratische Abstand bis zum Schwerpunkt kommt.

Also: $$\frac{T_2}{M_2} = \frac{[\frac{1}{12}\,(l^2 + b^2) + a_2{}^2]\, G_2}{a_2\ \ G_2} = \frac{[\frac{1}{12}(925^2 + 14^2) + 480^2]\, 12}{480 \times 12} = \frac{36\,206\,16}{5760}$$

Fig. 3.



3. Trägheits- und Massenmoment der Zinksäule $l_3 = 128$ cm, $G_3 = 16$ Kilo, $b_3 = 15$ cm
Entfernung bis zum Schwerpunkt der Zinksäule

$$a_3 = a_1 + l_2 + \frac{l_3}{2} = 18 + 925 + \frac{128}{2} = 880 \text{ cm}$$

$$\frac{T_3}{M_3} = \frac{(\frac{1}{12}\,(128^2 + 15^2) + 880^2)\ 16}{880 \times 16} = \frac{12\,4125\,44}{14080}$$

4. 2 Auflegeplatten auf die Zinksäule mit Bolzen, Breite $b_4 = 15$ cm $G = 0{,}8$ Kgr.
Entfernung bis zum Schwerpunkt $a_4 = 18 + 925 - 128 = 815$ cm

$$\frac{T_4}{M_4} = \frac{\frac{1}{12}\,(15^2 + 815^2)\ 0{,}8}{815 \times 0{,}8} = \frac{531395}{652}$$

5. Trägheits- und Massenmoment des Eisencylinders $l_5 = 40$ cm, $c_5 = 12$ cm, $G = 110$ Kgr.
Entfernung bis zum Schwerpunkt $a_5 = 925$ cm

$$\frac{T_5}{M_5} = \frac{\left(\frac{(\frac{1}{2})^2}{3} + \frac{12^2}{4} + 925^2\right) 110}{925 \times 110} = \frac{\left(\frac{400}{3} + \frac{144}{4} + 855625\right) 110}{101750} = \frac{9\,4137010}{101750}$$

6. Trägheits- und Massenmoment der Messingkappe $l_6 = 12$ cm, $b_6 = 14$ cm, $G_6 = 0{,}6$ Kgr.
Entfernung bis zum Schwerpunkt $= 937$ cm

$$\frac{T_6}{M_6} = \frac{(\frac{1}{12}\,(12^2 + 14^2) + 937^2)\ 0{,}6}{937._{0{,}6}} = \frac{526\,985}{562}$$

7. Trägheits- und Massenmoment des Eisenbolzens für den Cylinder $l_7 = 8$ cm, $b_7 = 4$, $G_7 = 0{,}3$ Kgr.
Entfernung bis zum Schwerpunkt $a_7 = 940$ cm

$$\frac{T_7}{M_7} = \frac{[\frac{1}{12}\,(8^2 + 4^2) + 940^2]\ 0{,}3}{940._{0{,}3}} = \frac{26508^2}{282}$$

8. Trägheits- und Massenmoment von Gewinde mit Mutter $l_8 = 20$ cm, $G_8 = 0{,}3$
Entfernung bis zum Schwerpunkt $a_8 = 953$ cm

$$\frac{T_8}{M_8} = \frac{(\frac{20^2}{3} + 953^2)\ {}_{0{,}3}}{953._{0{,}3}} = \frac{272502}{286}$$

Die Entfernung vom Aufhängungspunkte bis zum Schwingungspunkte in diesem Pendel ist nun:

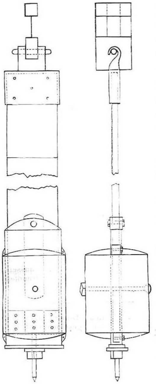
$$l = \frac{504 + 3620616 + 12412544 + 531395 + 94137010 + 526985 + 265082 + 272500}{30 + 5760 + 14080 + 652 + 101750 + 562 + 282 + 286}$$

30	504	
5760	3620616	
14080	12412544	$\frac{111766638}{123402} =$
652	531395	
101750	94137080	
562	526985	
282	265082	905,7 cm anstatt 894,4 cm
286	272502	
123402	111766638	

Bei diesem nach den vorhandenen Massen und Gewichten ausgeführten Pendel (s. Fig. 4), bei welchem die Holzstange zur Vorsicht 925 cm statt wie ursprünglich berechnet 904,5 cm lang gelassen wurde, würde also die Entfernung bis zum Schwingungspunkt nicht 894,4 cm, sondern 905,7 cm betragen und das Pendel würde nicht 1200 Schwingungen, sondern: $1200 : x = \sqrt{905{,}7} : \sqrt{894{,}4}$, $x = 1200\sqrt{\frac{894{,}4}{905{,}7}} = \frac{1200 \cdot 29{,}908}{30{,}09} = 1193$. Das Pendel wird also in einer Stunde statt 1200 Schwingungen nur 1193 Schwingungen vollziehen, also 7 zu wenig, oder in 24 Stunden $24 \cdot 7 = 168$ Schwingungen oder $168 \cdot 3'' = 504$ Sek. zu langsam schwingen. Hiernach hätte eine Verkürzung der Pendelstange vorgenommen werden müssen von 10,6 cm. Das nach den vorangehenden Massen und Gewichten ausgeführte Pendel machte nicht nur 7, sondern 10 Schwingungen zu wenig in einer Stunde, oder ging statt 21 Sekunden, wie berechnet, 30 Sekunden pro Stunde zu spät. Bei dieser immerhin geringen Abweichung liess sich nun genau ermitteln, wie viel das Pendel zu kürzen war; denn man weiss, dass bei einem 3 Sekunden schwingenden Pendel, welches also in einer Stunde 1200 Schwingungen macht, die Entfernung bis zum Schwingungspunkte 894,4 cm beträgt; wie gross ist die Entfernung bis zum Schwingungspunkte bei einem Pendel, welches in einer Stunde nur 1200 — 10 = 1190 Schwingungen macht? Die Differenz zwischen beiden Schwingungspunkten ist die zu kürzende Länge. Die Berechnung stützt sich auf das bekannte Pendelgesetz: „Die Länge des 1200 Schwingungen machenden Pendels verhält sich zu der unbekannten Länge des 1190 schwingenden Pendels, wie das Quadrat der Schwingungen des unbekannten Pendels zu dem Quadrat der Schwingungen des bekannten Pendels:

$$894{,}4 : x = 1190^2 : 1200^2,\quad x = \frac{1200^2 \cdot 894{,}4}{1190^2} = 909{,}5 \text{ cm}$$

Fig. 4.



Die Entfernung des Schwingungspunktes in dem ausgeführten Pendel betrug nicht wie berechnet 905,7 cm, sondern wie sich aus den beobachteten Schwingungen und obiger Rechnung ergiebt 909,5 cm, es ist demnach $909{,}5 - 894{,}4 = 15$ cm zu kürzen.

Es ist jedoch ein wenig mehr gekürzt worden, um nicht die immerhin etwas umständlich zu handhabende Regulirmutter, sondern den in der Pendelmitte angebrachten (gerade in der I. Etage befindlichen) Becher benützen zu können, in welchen dem nun eingetretenen geringen Zufrühgehen entsprechend Schrotkugeln hereingelegt wurden.

Zur Sicherheit hatte ich vorher auch noch den gemeinsamen Schwerpunkt des Pendels berechnet, welcher ca. 30 cm höher lag, als der Schwingungsmittelpunkt, also ca. 860 cm vom Aufhängungspunkte entfernt war. Das vollständig zusammengesetzte Pendel wurde auf eine scharfe Kante gelegt und die Entfernung vom Aufhängungspunkt bis zum abgewogenen Schwerpunkt gemessen, welche bis auf einige cm mit dem berechneten stimmte.

Schliesslich habe ich noch berechnet, ob der Schwingungspunkt bei einer Temperaturzunahme von 100° in derselben Entfernung bleibt, was bis auf einige Decimalen zutraf.

In ähnlichen Fällen, wo ein nochmaliges Herausnehmen des Pendels mit grossen Schwierigkeiten verknüpft wäre, kann ich diese zwar etwas mühsame, aber nothwendige Berechnung nur empfehlen; sie hat sich reichlich belohnt. Ich habe damit erreicht, dass das — bis auf die 220 Pfund schwere Eisenlinse — ganz zusammengesetzte Pendel ohne weitere, als die vorgesehene und berechnete Veränderung, genau ging und auch, Sommer und Winter, bei allen Temperaturen einen ausgezeichneten stetigen Gang gezeigt hat; allerdings muss ich dabei bemerken, dass die Temperaturschwankungen in Folge des vom Keller bis zum Boden gehenden Pendelraumes keine grossen sind.

Ich will nun noch eine kurze Beschreibung des von meinem Vater erfundenen konstanten Ganges anführen, den er sowohl für diese Uhr, als auch früher für Taschenuhren angewendet hat.

Die nachstehende Zeichnung, welche in Fig. 5 und 6 eine Vorder- und eine Seitenansicht des Gangrades nebst Zubehör giebt, und in Fig. 7 den Anker zeigt, veranschaulicht diesen Gang.

Fig. 5.

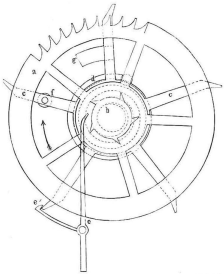


Fig. 6.

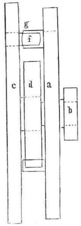
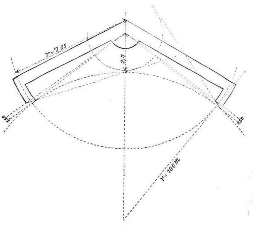


Fig 7.



Das 50zahnige Gangrad a (Fig. 5 u. 6) ist mit dem damit verbundenen kleinen 5zahnigen Auslöserad b lose auf der Gangtriebaxe, während das grosse fünfschenklige Springrad c fest auf der Axe des Gangtriebes befestigt ist. Das Springrad ist mit dem Gangrad durch eine Zugfeder d (bei Taschenuhren durch eine feine Spirale) verbunden, welche so stark gespannt wird, als der Impuls für das Pendel es erfordert, um dasselbe in genügend grosser Schwingung zu erhalten. Das Spiel des Ganges ist nun folgendes: Das Gangrad nebst dem damit befestigten kleinen 5zahnigen Auslöserad schreitet, durch die Zugfeder gespannt, in der Richtung des Pfeiles vorwärts, während das Springrad durch den Hebelarm e (beziehentl. durch dessen Nase e[1]) gehemmt wird. Sobald nun ein Zahn des 5zahnigen Auslöserädchens b den Hebel aushebt, wird der betreffende Schenkel des Springrades c frei, dasselbe springt nun so weit, bis ein in einem Schenkel angebrachter Stahlstift sich gegen einen im Schenkel des Gangrades angebrachten Anschlag f stützt, wobei der nächste Schenkel des Springrades dicht vor der Nase des Hebelarmes e zu stehen kommt (siehe Fig. 5). Inzwischen fällt der, zur Sicherheit noch ein wenig weiter gehobene Hebelarm e ab, worauf der nächste Schenkel des Springrades c wiederum gegen die Nase e[1] zur Anlage kommt. Das Gangrad schreitet nun wiederum 10 Zähne vorwärts, worauf aufs Neue, also nach 20 Pendelschwingungen, der Hebel ausgehoben wird; die Auslösung, beziehentlich das Weiterspringen des Rades und der Zeiger, erfolgt also alle Minuten.

Schliesslich wurde das Pendel noch benutzt, um nachstehende Versuche damit anzustellen; und zwar wurde untersucht: Wieviel Kraft am Umfange des Gangrades nöthig sein würde, um das Pendel in seiner Schwingung zu erhalten, beziehentlich wieviel Kraft in Wirklichkeit aufzuwenden war, und wieviel durch Reibung Luftwiderstand etc. an Kraft verloren gegangen. Diese Messung am Gangrad würde für gewöhnlich etwas umständlich sein; bei diesem Gang liess sich dies aber leicht bewerkstelligen, weil man einfach die Gangradswelle herauszunehmen hatte, und die Federkraft von $^1/_5$ zu $^1/_5$ Umgang vermehrter Spannung genau am Umfang des Gangrades messen konnte. (So betrug z. B. die Federkraft, am Umfang des Gangrades gemessen, bei $^{11}/_5$ Umgangs-Spannung 112 Gr., bei $^{10}/_5 = 101$ Gr., bei $^9/_5 = 92$ Gr.)

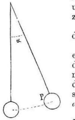
1. Wieviel ist die Feder zu spannen, beziehentlich welche Kraft am Umfang des Gangrades gemessen, ist erforderlich, damit das Pendel einen Bogen von $1^1/_4$ Grad (nach jeder Seite vom Ruhepunkte aus) schwingt?

Oder wieviel müsste das Pendel schwingen, wenn die Kraft am Gangradsumfang 100 Gr. beträgt?

Das Gangrad hat 50 Zähne, und die Entfernung von einem Zahn zum anderen $= \frac{360}{50} = 7{,}2^0$; der Gangradshalbmesser = 10 cm. Die Breite der Ankerpalette beträgt 0,55 cm. oder $3{,}1^0$; der Hebungswinkel des Ankers $= 1{,}5^0$. Während sich also das Gangrad um $3{,}1^0$ bewegt, dreht sich der Anker um den Hebungswinkel von $1{,}5^0$, so dass sich die Wege wie 31 : 15 verhalten.

Das Pendel hat ein Gewicht von 125 Kilo.

Fig. 8.



Es ist nun zunächst berechnet worden, wieviel Kraft man im Schwerpunkte des Pendels aufzuwenden hat, um das Pendel in einen bestimmten Schwingungsbogen zu bringen und

zweitens, wieviel Kraft erforderlich ist, um es in diesen Schwingungsbogen zu erhalten.

1. Die Kraft, welche man aufwenden muss, um ein Pendel um einen bestimmten Winkel zu heben; diese Kraft hängt ab von dem Winkel, um welchen man es bewegt, und wird auch umso grösser, je grösser der Winkel ist. Diese aufzuwendende Kraft = P sin. α (siehe Fig 8), wobei P das Pendelgewicht, und α den Ausschlagwinkel bezeichnet.

Diese aufzuwendende Kraft beträgt für den Radius = 1

Bei 6^0 für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = 125 sin. $6^0 = 125 \,.\, 0{,}1075 = 13{,}09$ Kilo.

Bei 5^0 für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = 125 sin. $5^0 = 125 \,.\, 0{,}0872 = 10{,}94$ Kilo.

Bei 4^0 für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0698 = 8{,}725$ Kilo.

Bei 3^0 für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0523 = 6{,}54$ Kilo.

Bei 2^0 für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0349 = 4{,}3625$ Kilo.

Bei $1^0\,45'$ für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0305 = 3{,}813$ Kilo.

Bei $1^0\,30'$ für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0262 = 3{,}275$ Kilo.

Bei $1^0\,15'$ für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0218 = 2{,}725$ Kilo.

Bei 1^0 für die halbe Schwingung und dem Pendel-Gewicht von 125 Kilo = $125 \,.\, 0{,}0374 = 2{,}175$ Kilo.

Also bei jedem Viertelgrad findet eine Abnahme von $0{,}_{550} = 550$ Gr. statt.

2. Ist durch Versuche festgestellt worden, wieviel Kraft das Pendel bei freiem Schwingen verliert, um beispielsweise von 6^0 auf 5^0 zu kommen. Das Pendel wird z. B. mit einem oben berechneten Kraftaufwand von $13{,}_{09}$ Kilo vom Ruhepunkte aus gehoben, und nun beobachtet, in welcher Zeit, beziehentlich nach wieviel Schwingungen es auf 5^0 gekommen ist. Wenn es nach dieser (zur Sicherheit mehrfach zu wiederholenden) Beobachtung von 6^0 auf 5^0 in 6 Minuten kommt, also seinen sechsten Grad in 6 Minuten verliert, oder in $6 \times 20 = 120$ Schwingungen, so verliert es laut vorangehender Tabelle $13{,}_{09} - 10{,}_{94}$ gleich $2{,}_{15}$ Kilo oder 2150 Gramm seiner Impulskraft in dieser Zeit, oder bei einer Schwingung $= \frac{2150}{120} = 18$ Gramm. Soll daher das Pendel bei einer Schwiugung von 6^0 erhalten bleiben, so muss am Ende jeder im Pendel-Schwerpunkte ein Impuls von 18 Gramm ertheilt werden; oder die am Anker gemessene Kraft müsste sein, bei einem Radius der Ankerpalette von $7{,}_{55}$ cm und der Entfernung bis zum Schwerpunkte des Pendels von 860 cm

$$x : 860 = 18 : 7{,}_{55} \qquad x = \frac{860 \,.\, 18}{7{,}_{55}} = \frac{15588}{7{,}_{55}} = 2050.$$

Mit dieser Kraft von 2050 Gramm musste bei jeder Schwingung auf die Ankerpalette gedrückt werden, um das Pendel bei 6^0 Schwingung zu erhalten. Und die am Umfange des Gangrades gemessene Kraft würde betragen, bei dem vorher berechneten Bewegungsverhältniss von $31 : 15 = 2050 \frac{15}{31} = 991$ Gramm.

Natürlich war für das Pendel nicht soviel Raum vorhanden, um mit so grossen Schwingungsbögen Versuche anzustellen; die mehrfach wiederholten Versuche habe ich nur, gemeinsam mit meinem Vater, von $2^1/_2{}^0$ abstufend bis auf $^1/_4{}^0$ angestellt, sie stellten sich wie folgt:

Das	Pendel	kam	von	2^0	auf	$1^3/_4{}^0$	in	17	Minuten	=	340	Schwingungen
„	„	„	„	$1^3/_4{}^0$	„	$1^1/_2{}^0$	„	21	„	=	420	„
„	„	„	„	$1^1/_2{}^0$	„	$1^1/_4{}^0$	„	26	„	=	520	„
„	„	„	„	$1^1/_4{}^0$	„	1^0	„	31	„	=	620	„
„	„	„	„	1^0	„	$^3/_4{}^0$	„	40	„	=	800	„
„	„	„	„	$^3/_4{}^0$	„	$^1/_2{}^0$	„	50	„	=	1000	„
„	„	„	„	$^1/_2{}^0$	„	$^1/_4{}^0$	„	85	„	=	1700	„

Das Pendel kommt von 2^0 auf $1\frac{3}{4}{}^0$ in 17 Minuten = 340 Schwingungen durch Elastizitätsverlust der Feder, Luftwiderstand etc., es tritt also nach der früheren Tabelle ein Kraftverlust von 550 Gramm während dieser Zeit ein; das beträgt für jede Schwingung = $\frac{550}{340}$ 1,62 gr.

Das Pendel kommt von $1\frac{3}{4}$ auf $1\frac{1}{2}{}^0$ in 21 Min. oder 420 Schwingungen, es verliert daher bei jeder Schwingung = $\frac{550}{420}$ = 1,31 gr

das Pendel kommt von $1\frac{1}{2}$ auf $1\frac{1}{4}{}^0$ in 26 Min. oder 520 Schwingungen, es verliert also bei jeder Schwingung = $\frac{550}{520}$ = 1,06 gr

das Pendel kommt von $1\frac{1}{4}$ auf 1^0 in 31 Min. oder 620 Schwingungen, es verliert also bei jeder Schwingung = $\frac{550}{620}$ = 0,9 gr

das Pendel kommt von 1 auf $\frac{3}{4}{}^0$ in 40 Min. oder 800 Schwingungen, es verliert also bei jeder Schwingung = $\frac{550}{800}$ = 0,7 gr

das Pendel kommt von $\frac{3}{4}$ auf $\frac{1}{2}{}^0$ in 50 Min. oder 1000 Schwingungen, es verliert also bei jeder Schwingung = $\frac{550}{1000}$ = 0,55 gr

das Pendel kommt von $\frac{1}{2}$ auf $\frac{1}{4}{}^0$ in 85 Min. oder 1700 Schwingungen, es verliert also bei jeder Schwingung = $\frac{550}{1700}$ = 0,32 gr.

Das Werk, beziehentlich der Abfall des Ankers, erfordert einen Ausschwung des Pendels von knapp $1\frac{1}{4}{}^0$ nach jeder Seite vom Ruhepunkte aus. Wie wir aus vorstehender Tabelle gesehen, kommt das Pendel von $1\frac{1}{2}$ auf $1\frac{1}{4}{}^0$ nach 520 Schwingungen; es verliert bei jeder Schwingung folglich $\frac{550}{520}$ = 1,06 gr, es müsste also, wenn es in diesem Schwingungsbogen erhalten bleiben soll, nach jeder Schwingung einen Impuls von 1,06 gr im Schwerpunkte, welcher 860 cm vom Aufhängungspunkte entfernt liegt, erhalten.

Daher am Anker: $x : 1{,}06 = 860 : 7{,}55$. $x = \frac{860 \cdot 1{,}06}{7{,}55} = 120{,}7$ gr und am Umfange des Gangrades wäre nöthig = $120{,}7 \cdot \frac{15}{31} = 58{,}4$ gr. Die Federkraft ist nun am Umfange des Gangrades gemessen worden, und es hätte hiernach nur $\frac{4}{5}$ Umgang Spannung der Feder zur Erzeugung dieser Schwingung von $1\frac{1}{4}{}^0$ bedurft.

Diese Kraft genügte jedoch bei weitem nicht; es war vielmehr $\frac{11}{5}$ Umgang Spannung = 106 gr Kraft, am Umfang des Gangrads gemessen, nöthig, um das Pendel bei $1\frac{1}{4}{}^0$ Schwingung zu erhalten.

Der Nutzeffekt beträgt daher nur $\frac{100 \cdot 58{,}4}{106} = 55\ \%$, oder es findet ein Kraftverlust von 45 % statt.

Dieser Kraftverlust rührt vor allem von der Reibung auf den Ankerklauen während der Hebung her, weil bei einem Anker, der über wenig Zähne greift, der Druck auf die Hebefläche ein bedeutender ist. Trotzdem werden vorzugsweise diese über wenig Zähne greifende Anker angewendet, weil die Erfahrung bewiesen hat, dass bei einem solchen Anker der Gang weit weniger abhängig von der Veränderlichkeit des Oeles an den Hemmungstheilen ist, und die Gangresultate günstiger sind, als bei einem über viel Zähne greifenden Anker.

Es sollte mich freuen, wenn angeregt durch diese so günstigen Resultate, weitere Versuche mit möglichst langen und schweren Pendeln für Thurmuhren vorgenommen würden.

Quelle: Deutsche Uhrmacher-Zeitung 1889 Nr. 5 v. 1. März S. 34-35; Nr. 6 v. 15. März S. 42-43; Nr. 7 v. 1. April S. 51-51