Neue Gesichtspunkte für die Chronometerprüfung

Von Prof. Dr.-Ing. H. Bock

In neuerer Zeit hat unter dem Namen der „Großzahlforschung“ ein Gebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie in die Kreise der Technik Eingang gefunden, welches möglicherweise auch einmal für die Beurteilung der Präzisionsuhren und der Chronometer von Bedeutung werden kann. In Nr. 6 der Zeitschrift für Technische Physik vom Jahre 1925 berichtet nun H. Plaut auf Seite 225 und ff. über eine neue Methode dieser Großzahlforschung, die zwar zunächst für die Prüfung von Massenartikeln der Fabrikation bestimmt ist, die mir aber auch geeignet erscheint, die Aufmerksamkeit der Fachkreise der Uhrenindustrie auf dieses Gebiet hinzulenken. Weiterhin will ich versuchen, den Plautschen Gedankengang an einem aus der Uhrmacherei gewählten Beispiel in seinen Grundzügen zu erläutern.

Eine Uhr besitzt bekanntlich einen täglichen Gang, d. h. eine Änderung ihrer „Korrektur“ von Tag zu Tag, die positiv oder auch negativ sein kann. Im ersteren Falle sagt man: die Uhr verliert, im letzteren, sie gewinnt. Denn die Korrektur ist üblicherweise diejenige Sekundenzahl, die man zu der Angabe der Uhr **addieren** muß, wenn man die wirkliche mitteleuropäische Zeit erhalten will. Bildet man nun aus all diesen täglichen Gängen, die eine Zeitlang notiert worden sind, den Mittelwert und zieht ihn von einem bestimmten täglichen Gange ab, so heißt der Rest die **Abweichung des Ganges vom mittleren Gange** für eben diesen Tag. Diese Abweichungen werden nun meistens als für das Verhalten der Uhr charakteristisch angesehen und dann den Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung unterworfen. Aber bereits Helmert nennt solche Art und Weise eine „Art Rechenbeihilfe für vorübergehenden Gebrauch“, die nur für kurze Perioden brauchbar sei. Weiterhin hat Wanach experimentell nachgewiesen (Astronomische Nachrichten, Nr. 4864, Band 203, Oktober 1916), daß sich die Gangabweichungen durchaus nicht so verhalten wie „zufällige“ Fehler, daß sie also zur Charakterisierung der Güte der Uhr wenig geeignet sind. Zufällige Fehler werden dadurch gekennzeichnet, daß sie um so unwahrscheinlicher werden, je größer sie sind, und zwar nach einer ganz bestimmten Gesetzmäßigkeit, dem Gaußschen Fehlergesetz.

Nun zeigte sich bei Wanachs Untersuchungen weiter, daß es eine andere Maßgröße gibt, die diesem Gesetz in recht befriedigender Weise Genüge leistet, und das ist die tägliche **Gangänderung**. Gewinnt z. B. eine Präzisionsuhr an einem Tage 0,14 und am nächsten Tage 0,18 Sekunden, so betrugen ihre Gänge $-0{,}14$ bzw. $-0{,}18$ Sekunden pro Tag, und die zwischen diesen beiden Tagen stattgehabte Gangänderung hatte die Größe $-0{,}18-(-0{,}14) = -0{,}04$ Sekunden pro $(\text{Tag})^2$. „Tag im Quadrat“ muß es deshalb heißen, weil ja bereits der Gang „Sekunden pro Tag“ bedeutet und hier seine Änderung **pro Tag** angegeben werden soll; die Änderung einer Größe ist aber von derselben Dimension wie die Größe selber. Diese Gangänderungen sind somit für das Verhalten der Uhr charakteristisch; man hat sie nach den Verfahrungsweisen der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu behandeln.

Die Gangänderungen verdanken ihre Existenz äußeren und inneren Ursachen. Die äußeren sind z. B. beim Chronometer Temperatur- und Luftdruckschwankungen, Lagenänderungen usw. Die inneren dagegen bestehen neben dem mit der Zeit allmählich fortschreitenden Abnutzungszustande des Uhrwerkes usw. insbesondere in den Tücken, die jeglicher Maschinerie eigentümlich sind. Wie man den Einfluß der äußeren Ursachen auf den Gang feststellt, um danach die Kompensation usw. zu korrigieren, soll uns hier nicht weiter interessieren. Wir wollen vielmehr unsere Aufmerksamkeit den aus dem Innern stammenden Unregelmäßigkeiten zuwenden und die Entscheidung der Frage versuchen: handelt es sich hier um rein zufällige oder um „systematische“ Abweichungen?

Unter systematischen Gangänderungen versteht man solche, die irgendeiner Regelmäßigkeit unterliegen, die z. B. in bestimmten Zeitabständen periodisch wiederkehren, oder die mit der Zeit langsam anwachsen oder abnehmen, oder die sich längere Zeit in demselben Richtungssinn wiederholen, um sich dann wieder einmal zu verändern, usw. Sie sind weit schlimmer als die ganz zufälligen, bei denen außer dem Gaußschen kein irgendwie gestaltetes Gesetz erkennbar ist; denn zufällige Variationen gleichen sich über eine längere Zeitspanne hinweg ziemlich gut gegenseitig aus, was bei den systematischen Fehlern durchaus nicht der Fall zu sein braucht.

Die Plautsche Methode, die ich hier in einer dem vorliegenden Zweck angepaßten Weise beschreiben will, verfolgt nun in erster Linie das Ziel, festzustellen, ob solche Abweichungen Zufälligkeiten des Mechanismus bzw. der Messung ihre Existenz verdanken, oder aber ob es sich um systematische, „wirkliche“ Fehler handelt. Dabei ergibt sich schließlich auch eine Art von Maßstab für die Größe dieser wirklichen Anomalien.

Den praktisch vorliegenden, der anzuwendenden Methode angepaßten Fall kann man sich etwa folgendermaßen vorstellen: ein Chronometer oder eine Präzisionsuhr werde eine Reihe von Wochen unter möglichst gleichbleibenden äußeren Bedingungen (gleiche Temperatur, gleiche Lage) gehalten und täglich um dieselbe Zeit verglichen, etwa mit dem Nauener Zeitsignal. Jetzt gilt es zu ergründen, ob die in der Beobachtungszeit stattgehabten Gangänderungen harmloser zufälliger Natur waren oder nicht. — Natürlich ist diese Sachlage nicht etwa die einzig mögliche für die Anwendung der zu beschreibenden Methodik, und es werden sich noch mancherlei andere, vielleicht viel bequemere Verfahren ausfindig machen lassen; aber für den Zweck der Klarstellung der Methode scheint mir diese Art und Weise die geeignete zu sein. — Nachdem die Gangänderungen erst einmal in einer Tabelle festgelegt sind, besteht der Rest der Mühe nur noch in Rechenarbeit, die zwar nicht sehr bequem, aber leicht anzuführen ist.

Wir wollen den weiteren Ausführungen ein Zahlenbeispiel zugrunde legen. Eine Präzisionsuhr möge 31 Tage lang in derselben Lage befindlich und unter konstanter Temperatur gehalten, die in folgender Tabelle dargestellten Tagesgänge aufgewiesen haben (diese Zeitspanne ist zwar für die Methode der „Großzahlforschung“ etwas kurz, denn sie liefert ja nur 30 Zahlenwerte, aber wir wollen uns der Einfachheit wegen auf sie beschränken):

1.	−6		−3		−1		−1		−4		−1		0
a)		3		2		0		−3		3		1	
2.	0		+2		+1		−2		−2		+2		−1
b)		2		−1		−3		0		4		−3	
3.	−1		+1		+0		+1		+5		+2		+3
c)		2		−1		+1		4		−3		1	
4.	3		6		4		6		6		7		8
d)		3		−2		2		0		1		1	
5.	8		6		7		6		8		10		7
e)		−2		1		−1		2		2		−3	

Die Reihen 1 bis 5 enthalten die beobachteten 31 Tagesgänge, wobei die letzte Ziffer jeder Reihe noch einmal als erste der nächsten Reihe erscheint, was wegen des Abbruchs der Zeilen notwendig wird. Die eingerückten Zwischenzeilen a bis e dagegen sind die Gangänderungen von Tag zu Tag; jede Zahl ist gewonnen durch Subtraktion des vorigen Tagesganges von dem folgenden.

Will man nun feststellen, ob und in welchem Grade „systematische“ Fehler-Ursachen mit am Werke gewesen sind, so hat man nach Plaut folgende 3 Zahlen zu bilden:

1. Man nimmt den Mittelwert A aller überhaupt beobachteten 30 Gangänderungen unter Berücksichtigung des Vorzeichens und erhebt diesen Mittelwert ins Quadrat:

$$A = \left(\frac{3+2+0-3\cdot\cdots\cdot-3}{30}\right)^2 = \left(\frac{13}{30}\right)^2 = 0{,}187\,.$$

2. Man bildet die Mittelwerte der einzelnen Reihen a bis e unter Berücksichtigung des Vorzeichens. Wir haben hier die Gesamtzahl der 30 Gangänderungen in 5 solcher Reihen geteilt, so daß auf jede derselben 6 Zahlen kommen. Diese Einteilung ist willkürlich, und eine direkte Vorschrift wie man abteilen muß, besteht nicht; nur soll weder die Anzahl der Ziffern pro Reihe, noch auch die Zahl der Reihen zu klein sein, weshalb wir eben die Zahl 30 in 5 Reihen zu je 6 Ziffern geteilt haben. Diese fünf Mittelwerte der Reihen betragen in unserem Falle:

$$\frac{6}{6}=1;\quad \frac{-1}{6}=-0{,}167;\quad \frac{4}{6}=0{,}667;\quad \frac{5}{6}=0.833;$$

$$\frac{-1}{6}=-0{,}167\,.$$

Diese Zahlen werden einzeln quadriert und dann wird ihr Mittel B gebildet:

$$B=\frac{1^2+0{,}167^2+\cdots+0{,}167^2}{5}=\frac{2{,}198}{5}=0{,}440\,.$$

Denn die negativen Zahlen haben ja positive Quadrate.

3. Schließlich quadriert man sämtliche 30 Gangänderungen einzeln und bildet aus ihnen den Mittelwert C:

$$C=\frac{3^2+2^2+0^2+3^2+\cdots+3^2}{30}=\frac{145}{30}=4{,}833\,.$$

Die Nutzanwendung der so gewonnenen drei Ziffern von A, B und C ist nun folgende: man denke sie sich sozusagen auf einem Millimetermaßstab (Abb. 1) als Längen

Abb. 1

aufgetragen, von irgend einem Nullpunkt 0 an gerechnet. Sind die von der Uhr begangenen Fehler rein zufälliger Natur, so daß sie sich nach längeren Zeiträumen gegenseitig aufzuheben vermögen, so ist die Strecke AC, hinreichend viele Beobachtungen vorausgesetzt, ungefähr n-mal so lang als die Strecke AB. Dabei ist n die Anzahl der Gangänderungen, die in einer Reihe stehen, bei uns also 6. Ist aber Punkt B wesentlich nach rechts verschoben, d. h. ist AC weniger als n-mal so lang wie AB, so darf man auf das Vorhandensein systematischer Fehlerquellen schließen und kann nicht darauf rechnen, daß sich die Abweichungen im Laufe der Zeit im allgemeinen ausgleichen. Das ist natürlich ein unerwünschter Zustand.

In unserem Zahlenbeispiel ist AC gleich 4,646 und AB gleich 0,253; aber die Anzahl der Beobachtungen ist zu gering, als daß man aus diesem Verhältnis bindende Schlüsse ziehen dürfte. Immerhin läßt sich erkennen, daß Punkt B hier keinesfalls zu weit nach rechts liegt.

Hat man aus einer größeren Reihe von Standbestimmungen A, B und C bestimmt und dabei konstatiert, daß B zu weit nach rechts liegt, so ist es ein Leichtes, A so weit nach rechts nachzuschieben, daß das Verhältnis $AC:AB = n:1$ wird. Die Strecke, um die man A zur Erreichung des richtigen Verhältnisses verschieben muß, ist dann ein direkter Maßstab für die Größe des systematischen Fehlers; noch richtiger ist es, die Quadratwurzel aus der Verschiebung, in Sekunden pro (Tag)^2 gemessen, als Fehlermaßstab zu betrachten. Hat man vielleicht nicht bloß alle Tage einmal, sondern zur raschen Gewinnung einer genügenden Zahl von Messungen jeden Tag m mal in gleichen Zeitabständen verglichen und dabei als notwendige Verschiebung von A zur Herstellung des richtigen Verhältnisses $n:1$ den Wert von 0,2 (Sekunden)^2 gefunden, so ist man berechtigt zu sagen: Diese Uhr begeht pro ein m-tel Tag durchschnittlich eine systematische Gangänderung von $\sqrt{0{,}2}$ Sekunden, auf deren Ausgleich man auch in längerer Zeit nicht zu rechnen befugt ist. Solch ein Wert sagt zwar zunächst nicht viel, aber er kann dem Vergleich verschiedener Instrumente dienen.

Natürlich soll die hiermit skizzierte, etwas umständliche Methode nicht direkt empfohlen werden; es werden sich noch mancherlei Verbesserungen aussinnen lassen. Der Zweck der gemachten Auseinandersetzungen ist vielmehr der, auf die neuen Verfahren aufmerksam zu machen. Es handelt sich bei ihnen nämlich **keinesfalls um geistreich sein sollende Spielereien, sondern um Dinge, die sich in den Laboratorien der Industrie einzubürgern beginnen.**

Quelle: Die Uhrmacher-Woche Nr.34 vom 22.Aug. 1925 S. 619/620