Wie konstruiert man Spiralfeder-Endkurven?

Von

HUGO MÜLLER

GLASHÜTTE i. Sa.

Im Selbstverlag der „Urania", Glashütte i. S.

Preis 60 Pfg.

Zum Besten des Sternwartenfonds' der „Urania" in Glashütte i. S.

Hermann Noack, Glashütte i. Sa.

Wie konstruiert man
Spiralfeder-Endkurven?

Von

HUGO MÜLLER
GLASHÜTTE i. Sa.

Sonderabdruck
aus der Leipziger Uhrmacher-Zeitung, Nr. 22, 1908.

Nicht um etwas Neues mitzuteilen, sondern um etwas längst, aber meist nur oberflächlich Bekanntes dem deutschen Uhrmacher näher bekannt und vertrauter zu machen, sei zur Beantwortung obiger Frage nachstehendes über die Konstruktion theoretisch richtiger Spiral-Endkurven anderen ähnlichen Veröffentlichungen angereiht, da in letzteren z. B. die so empfehlenswerte graphische Konstruktion nicht in so eingehender oder leicht verständlicher Weise gelehrt wurde, daß ein jeder, der über einige Geschicklichkeit im Zeichnen verfügt, ohne besondere mathematische Kenntnisse zu besitzen, selbst vollständig genügend genaue Spiralfeder-Endkurven nach irgendwelchen, durch die Praxis gegebenen Verhältnissen konstruieren könnte.

Wie notwendig die weite Verbreitung einer Anleitung hierzu ist, zeigt ja die Wahrnehmung, wie ohne ein richtiges Vorbild leichthin Spiralkurven gebogen werden. Gewiß, nach mehrfachen Versuchen, mit etwas Übung und Geschick, kann man schließlich dahin kommen, eine Spirale so mit einer Endkurve zu versehen, daß erstere sich in der Spiralebene nach allen Seiten gleichmäßig öffnet und schließt, und somit die Spiralkurve als richtig sich erweist. Aber ein Neuling, der bei einer Reparatur eine Breguet-Spirale aufsetzen soll, kann doch nicht erst ein Dutzend Versuchsspiralen aufsetzen oder die Spiralklinge beim Biegen und Formen der Kurve zu Tode quälen. Wie leicht, sicher und korrekt läßt sich hingegen nach einer Vorlage die Endkurve ohne vieles Hin- und Herbiegen bilden!

Außerordentlich instruktiv ist nun eine selbstdurchgeführte graphische Konstruktion einer Endkurve in größerem Maßstabe auf dem Zeichenbrett, oder auch die Konstruktion auf praktischem Wege durch Formen eines entsprechenden Metallstreifens auf der „Kurvenwage“ wie ich es schon früher in der Fachzeitung beschrieben habe, oder nach der noch einfacheren, aber nicht so genauen Methode eines Fachlehrers in der Schweiz, die mir ein ehemaliger Schüler von dort bekannt gab. Die graphische Methode, als die interessanteste, soll hier behandelt werden; die komplizierte, langwierige Berechnungen erfordernde, aber allerdings auch genaueste Methode Phillips, des ruhmvollen Begründers der Spiralkurven-Theorie, kommt für die Allgemeinheit nicht so in Betracht, da sie mathematische Kenntnisse und noch viel mehr Geduld voraussetzt.

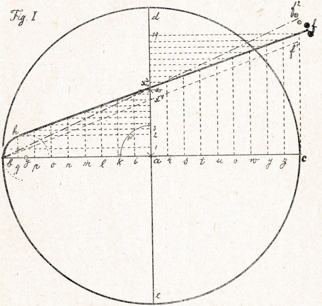
Die hierfür von Phillips aufgestellten theoretischen Lehrsätze mit ihrer recht einfachen Formel bilden natürlich auch die Grundlage für die einfachen Konstruktionsmethoden; die hierbei notwendigen Berechnungen bieten aber keine größeren Schwierigkeiten, als die Rechenaufgaben in einer Volksschule. Die Bedingungen, welche eine theoretisch richtige Spiral-Endkurve erfüllen muß, sind bekanntlich folgende:

1. Der Schwerpunkt der Kurve muß sich auf einem Spiralhalbmesser befinden, der mit dem ersten Anschlußradius der Kurve am Beginne derselben einen rechten Winkel bildet (s. Figuren).
2. Die Entfernung des Schwerpunktes (x) vom Zentrum (a) der Spirale muß gleich sein dem Quadrate des Radius (R), dividiert durch die Länge (L) der Kurve, also $a\,x = \frac{R^2}{L}$, oder die Länge der Kurve, mit der Schwerpunktsentfernung multipliziert, muß dieselbe Größe ergeben, wie das Radiusquadrat ($R \times R$), also: $L \times a\,x = R^2$. — Erwähnt sei, daß diese Formeln eigentlich nur für die zylindrische Spiralfeder genau gelten und für die archimedische Spirale einer kleinen Korrektur bedürfen. Diese ist aber so unbedeutend, daß eine Differenz innerhalb der kleinen Dimensionen der Taschenuhrspirale für unser Auge ohne besondere Hilfsmittel gar nicht wahrnehmbar ist, also hier unberücksichtigt bleiben kann.
3. Die Kurve muß sich außerdem tangential an die Spirallinie anschließen und auch in ihrem Verlaufe keine scharfen Knickungen aufweisen.

Die einfachste Kurve könnte, wie einst Georg Bley als Schüler der Deutschen Uhrmacherschule bemerkte, eine gerade Linie bilden, da diese sehr leicht den ersten zwei Bedingungen angepaßt werden kann. (Gewisse Bedenken ließen sich jedenfalls durch die Art der Herstellung überwinden.) Behufs gleichzeitiger Erfüllung der dritten Bedingung ist es nur nötig, einen kurzen Anschlußbogen einzufügen, dessen Radius recht klein gewählt werden kann.

Beim graphischen Konstruieren von Endkurven in den Zeichenstunden der „Urania"-Glashütte war man von der geraden Linie als Kurve ausgegangen, mit welcher auch hier begonnen werden soll (Figur 1).

Fig. I



von der Mitte 22,5 mm erhalten. Dieser Punkt liegt nun, wie eine Messung zeigt, ein klein wenig innerhalb der geradlinigen Kurve; infolge der Krümmung am Anfang kann überhaupt der Schwerpunkt nicht mehr auf der geraden Strecke liegen. Aber es gilt noch die letzte Probe zu machen, nämlich festzustellen, ob die durch die Konstruktion gefundene Schwerpunktsentfernung auch den theoretischen Anforderungen entspricht, also ob ax gleich $\frac{R^2}{L}$ ist. Dies trifft ziemlich genau zu, denn 2500 : 112,1 = 22,3 mm (anstatt 22,5). Die kleine Differenz von 0,2 mm ist für die praktische Ausführung recht unbedeutend, so daß man die gezeichnete Kurve als genügend richtig verwerten könnte, wenn man nicht eine genauere Konstruktion vornehmen will. In diesem Falle würde man offenbar die Kurve um einige wenige Zehntel Millimeter länger gestalten, ferner den geradlinigen Teil derselben ganz unmerklich der berechneten Schwerpunktsentfernung näher legen, dann die Einteilung und das Koordinieren der Schwerpunkte der einzelnen Spiralkurventeilchen von neuem gewissenhaft vornehmen und die Rechenprobe nochmals machen müssen.

Nach dieser gewiß nicht uninteressanten Vorübung schreiten wir nun zur Konstruktion einer der gebräuchlichen Kurven und wählen dazu ein Beispiel aus der Praxis.

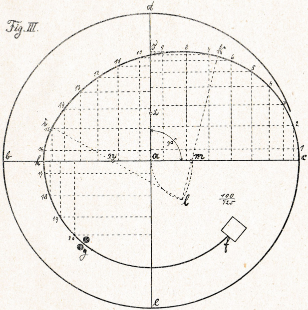
Es soll die äußere Endkurve zu einer Spiralfeder konstruiert werden, deren äußerer Halbmesser an der Stelle, wo die Kurve beginnen soll (bis zur Mitte der äußeren Spiralklinge gemessen) gleich 4,07 mm ist, während die den Endradius der Kurve bestimmende Entfernung der Mitte des Rückerstift-Zwischenraumes vom Unruhachsenloch 2,95 mm beträgt. Aus der Proportion 4,07 : 2,95 = 100 : x erhalten wir $x = \frac{100 \cdot 2{,}95}{4{,}07} = 72{,}48$, d. h. wenn auf einer größeren Zeichnung der äußere Spiralhalbmesser gleich 100 mm gesetzt wird, so muß der Endradius der Kurve gemäß den hier gegebenen Verhältnissen 72,5 mm messen, oder, bei einer halb so großen Zeichnung, 36,25 mm (Figur 2).

Mit dieser Zirkelöffnung schlagen wir, nachdem der Umfang der beispielsweise von rechts nach links gewundenen Spiralfeder mit einem Radius von 50 mm und dann der wagerechte und der senkrechte Durchmesser ($b\,c$ und $d\,e$) gezogen worden sind, vom Mittelpunkt a aus den Kreisbogen $f\,g$ (zunächst beliebig lang) für das Kurven-Endstück. Als Radius für das an die Spirale sich anschließende Anfangsstück ($c\,i$) der Kurve wählen wir versuchsweise die Hälfte des Spiralradius, schlagen also von h aus den Kreisbogen $c\,i$, dessen Länge bei i zunächst noch unbestimmt ist. Mit derselben Zirkelöffnung schlagen wir zugleich auch den Hilfsbogen ak, auf welchem irgendwo der Einsatzpunkt für den die beiden Kurventeile verbindenden Bogen gi liegen wird. Letzterer soll sich tangential anschließen, muß also seinen Mittelpunkt entweder auf dem Radius oder auf der Verlängerung eines Radius der anschließenden Bögen finden. Da wir als Zwischenbogen gi vorteilhafterweise gleich das entsprechende Stück der äußeren Spiralklinge unverändert verwenden wollen, so ziehen wir aus a erst noch einen kleinen Kreisbogen mkn, dessen Radius ak den Halbmesser ag ebenfalls auf 50 mm über den Mittelpunkt a hinaus ergänzt; Radius ag ist dem angenommenen Beispiele gemäß = 36,25 mm, ak demnach = 13,75. Der Schnittpunkt jener Hilfskreisbögen bei k ist nun der Mittelpunkt für den Zwischenbogen gi. Dieser muß sich, nachdem wir von k aus durch den Mittelpunkt h des Anschlußbogens ci und ebenso durch den Mittelpunkt a des konzentrischen Endkurvenstückes gf die beiderseits genau 50 mm langen Anschlußhalbmesser nach den anfangs noch willkürlich angenommenen Enden (i und g) dieser Bögen gezogen haben und letztere dadurch begrenzten, genau passend und ohne Knickung einfügen lassen.

Es beginnt nun die Untersuchung betreffs der Richtigkeit der Kurve, indem wir letztere vom Anschlußpunkte aus einteilen, erst einen halben Teil (z. B. 4 mm) und dann die ganzen Teile bis zu dem noch unbestimmten theoretischen Ende der Spiralkurve an den Rückerstiften auftragen. Nachdem von diesen Mittelpunkten der Kurventeilchen, die man als deren Schwerpunkte betrachten kann, die Koordinaten wagerecht und senkrecht gezogen sind, wobei einfacherweise die Durchmesser als Grundlinien benutzt werden, messen wir auf letzteren die Abstände dieser auf den wagerechten Durchmesser gelegten Mittelpunkte der Kurvenstückchen vom Zentrum a ab recht sorgfältig, also rechts und links vom senkrechten Durchmesser de, addieren diese Reihen für sich und finden auf der rechten Seite als Summe die Zahl 253,9 und auf der linken 273,6. Da diese Zahlen einander nicht gleich, sondern stark differieren, so liegt der Schwerpunkt der Kurve etwas zu weit links von der Senkrechten ad. Trotzdem untersuchen wir erst noch die Entfernung des Kurvenschwerpunktes vom Spiralmittelpunkt. Dies geschieht mit Hilfe der senkrechten Abstände, indem wir die oberste Koordinate l vom achten Teilpunkt (durch die Kurvenlinie fast verdeckt) als Grundlinie wählen und als Nullpunkt in Rechnung setzen, ebenso wie die von da aus gemessenen Abstände der übrigen Koordinaten.

Nach der Zeichnung hätten wir zu addieren: $0 + 0{,}1$ (dieser neunte Teilpunkt liegt zufällig auf der Senkrechten ad) $+ 1{,}5 + 1{,}5$

Fig. III.



$+ 3,9 + 3,9 + 7,7 + 8,2 + 12,5 + 13,8 + 18,5 + 20,5 + 25,0 + 28,2 + 32,9 + 36,1 + 44,0 + 51,8 + 58,7$; dies gibt 368,8. Wir dividieren diesen Betrag durch die Anzahl der Teile, also durch 19, und erhalten $l x_1 = 19,4$ mm; diesen Wert ziehen wir von der Länge der Linie $a l$ ($= 36,7$) ab und erhalten dann 17,3 als Entfernung des Kurvenschwerpunktes vom Spiralmittelpunkt. Die Division $\frac{R^2}{L}$ oder $\frac{2500}{19 \cdot 8}$ (jeder von den 19 Teilen ist 8 mm lang) ergibt 16,4 mm. Diese von der Theorie verlangte Größe ($a x$) weicht also ebenfalls zu stark von der sich aus der Zeichnung ergebenden ab, so daß letztere korrigiert werden muß. Auf einem freien Teil des Zeichenbogens beginnen wir eine neue Konstruktion, wobei wir der Kurve die in Figur 2 punktiert angedeutete Form geben wollen.

Da auch die neue, hier weggelassene Konstruktion noch nicht ganz zum Ziele führte, wurde die Kurve noch stärker in derselben Richtung verändert (Figur 3), und zwar mit besserem Erfolge. Wir führen nämlich den für die Rückerstifte benötigten konzentrischen Teil der Kurve $f g h$ nur bis an die horizontale Linie $a h$ und setzen den kurzen Bogen $h i$ mit einem kleineren Radius $h n$ daran; rechts hingegen versuchen wir einen Anschluß der Kurve an die Spirale durch den Bogen $c k$ mit einem größer als vorher bemessenen Radius $c m$ und fügen nun noch den Bogen $k i$ mit dem äußeren Spiralhalbmesser ein, indem wir Radius $h n$ (hier ein kleines Stück über m hinaus) auf genau 50 mm verlängern und von n aus den kleinen Bogen $m l$ schlagen. Ebenso verfahren wir mit dem Radius $c m$, so daß die durch die Bogenmittelpunkte n und m vom Bogenschnittpunkt l aus gelegten Halbmesser ($l k$ und $l i$), welche die betreffenden Bögen abschließen, beiderseits 50 mm lang werden. Nun können wir die Kurve durch die Einfügung des Bogens $k i$ vollenden, für welchen Teil wir das betreffende Stück vom äußeren Spiralumgang doch unverändert verwenden möchten.

Die Einteilung und Berechnung nach dem Koordinieren ergab nun allerdings weder mit 19 noch mit 20 Teilstrecken gleiche Summen der wagerechten Koordinatenlängen, rechts mit links verglichen. Mit 19 Teilen war die Summe rechts von der Linie $d e$ größer als die Summe der links gelegenen, wagerechten Koordinatenlängen; mit 20 Teilen, also mit einem Teile auf der linken Seite mehr, wurde die Summe links größer, doch fast im gleichen Maße. Auch in ähnlicher Weise deutete bei einer Kurvenlänge mit 19 Teilen die Differenz des in der Zeichnung entstandenen Schwerpunktabstandes ($a x = 17,3$) gegenüber dem ebenso gefundenen Abstande des Schwerpunktes ($a x = 15,1$) der auf 20 Teile verlängerten Kurve darauf hin, daß eine Kurve gleicher Form mit $19^1/_2$ Teilen den theoretischen Ansprüchen genügen würde, da der aus $\frac{R^2}{L}$ berechnete Schwerpunktsabstand ebenfalls fast genau in der Mitte zwischen den beiden genannten Größen lag. Eine hierauf vorgenommene neue Einteilung in 20 gleiche, aber fast unmerklich kleinere Teile, wie sie die Figur 3 wiedergibt, ergab dann nur ca. 0,1 mm Differenz zwischen der Konstruktion und der Berechnung, wie sie schon an den zwei vorhergehenden Beispielen erläutert wurde. Die Kurve ist somit genügend genau.

Erwähnt möchte jedoch noch werden, daß man die Richtigkeit der Entfernung des Kurvenschwerpunktes x auch noch auf eine andere Weise ermitteln kann. Man addiere die Längen aller vertikalen Koordinaten oberhalb des wagerechten Halbmessers $b\ c$ (also hier z. B.: 3,4 + 3,9 + 10,8 + 11,6 + 17,5 + 18,6 + 23,3 + 24,8 + 28,2 + 30,1 + 32,2 + 33,7 + 34,7 + 35,8 + 36,4 + 36,6 = 381,6). Ebenso addiere man die entsprechenden Linien-Längen unterhalb $b\ c$ (demnach 4,1 + 11,8 + 18,8 + 25,0 = 59,8). Die Differenz beider Summen (hier 321,8) muß gleich sein dem Quadrate des Spiralhalbmessers dividiert durch die Größe einer Teilstrecke (2500 : 7,8 = 320,5). Man erkennt wohl hierdurch einen etwaigen Fehler noch schärfer, aber doch nicht direkt die Entfernung des Schwerpunktes selbst. Diese wäre zu finden aus 321,8 : 20 (Anzahl der Teilpunkte) = 16,09 und zu vergleichen mit der Berechnung aus der Formel $x = R^2 : L$. Die Kurvenlänge ist 20 × 7,8 mm (Teilstrecke), also = 156, somit wäre 2500 : 156 = 16,02. Auch hiernach erscheint die Form der Kurve als vollkommen richtig.

Vorteilhaft ist es, zu wissen, wieviel vom äußeren Spiralumgang für die eigentliche Kurve gebraucht wird. Bei der letzten Konstruktion (Figur 3) ist die Kurvenlänge (156 mm) fast gleich einem halben äußeren Spiralumgang (157 mm). Hinzu kommt das Ergänzungsstück bis zum Spiralklötzchen.

Recht empfehlenswert ist es für jeden Uhrmacher, eine oder mehrere Kurven so zu konstruieren. Er wird erfahren, wie genau man dabei zeichnen muß, welche Geduld erforderlich ist, und wie vorteilhaft die Zeichnungen sich als Vorlagen oder als zu verkleinernde Unterlagen verwenden lassen.